

Nakloněná rovina Premium, kompletní souprava
Kat. číslo 113.2020



CONATEX – DIDACTIC UČEBNÍ POMŮCKY s.r.o. – Velvarská 31 – 160 00 Praha 6
Tel.: 224 310 671 – Tel./Fax: 224 310 676
Email: conatex@conatex.cz – [http: www.conatex.cz](http://www.conatex.cz)

Předmluva

Nakloněnou rovinou se v mechanice rozumí plocha nakloněná vůči horizontále. Používá se ke zmenšení síly, která se musí vynaložit pro vyrovnání výškového rozdílu. Práce, která se přitom musí vykonat, však zůstává stejná. *Nakloněná rovina* je jedna z nejjednodušších strojních konstrukcí v historii.

Má-li *nakloněná rovina* úhel sklonu 45 stupňů (rovnající se stoupání 100 %), je možné kolmou dráhu, která by se musela při zvednutí závaží absolvovat, zkrátit ze 100 m jen na cca 14 m. Tím se sníží vynaložená síla na cca 70 %! Vynaložená síla se sníží tím více, čím menší je stoupání. Při stoupání 22 stupňů by se dráha prodloužila na 22 metrů a vynaložená síla by klesla na 45 %.

Princip nakloněné roviny je možné pozorovat u mnoha věcí, např. u ramp nebo silnic se serpentinami. Dalším příkladem je závit šroubu, kterému se zde věnujeme zvlášť.

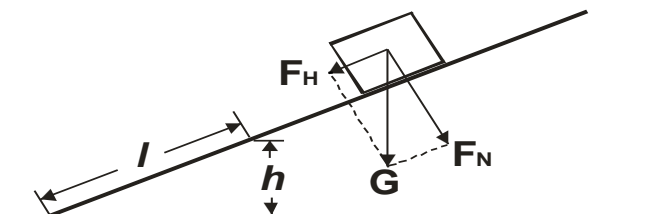
Obsah	Strana
1. Nakloněná rovina	
1.1 Pohybová síla a normálová síla jako funkce hmoty Naměřené hodnoty	4
1.2 Pohybová síla a normálová síla jako funkce úhlu sklonu Výpočet s funkcemi sklonu	5
1.3 Porovnání vypočítaných a naměřených hodnot	6
2. Adhezní, smykové a valivé tření	
2.1 Jak tření vzniká?	7
2.2 Adhezní tření na nakloněné rovině	8
2.3 Adhezní, smykové a valivé tření - rozlišení	9
3. Síly a dráhy u pevné kladky	
3.1 Zatížení, síla a dráha	10
3.2 Práce u pevné kladky	11
3.3 Porovnání práce u zvedání kolmo vzhůru s prací u nakloněné roviny	12
4. Použití „nakloněné roviny“	
4.1 Model šroubu	13

Pohybová síla a normálová síla jako funkce hmoty
Měření hodnot

Definice:

Tíhová síla
Pohybová síla
Normálová síla
Dráha
Výška

G
 F_H
 F_N
 l
 h



Vysvětlení

U každého stoupání (nakloněná rovina) vzniká síla - pohybová síla F_H . Při jízdě do kopce je nutné tuto sílu překonat, při jízdě z kopce je vozidlo touto silou poháněno.

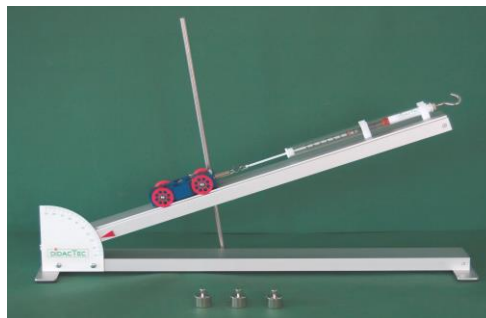
U horizontální roviny pohybová síla mizí a u vertikální roviny se rovná hmotnosti daného tělesa.

Síly tělesa působící na nakloněné rovině se dají nejnázet popsat, rozložíme-li vektorově tíhovou sílu G působící na těleso na pohybovou sílu F_H a normálovou sílu F_N . Čím vyšší nakloněná rovina je, tím je větší její strmost.

Příprava pokusu

Pokus připravte podle fotografie.

Strmost se udává jako kvocient $\frac{h}{l}$



Provedení pokusu

Zvyšujte hmotnost vozíku (180 g) pomocí přiložených závaží (po 50 g).
Měřte tíhovou sílu G u zavěšeného vozíku.

Tabulka

G	h	s	$\frac{h}{l}$	F_H
180 g				
230 g				
280 g				
330 g				
380 g				

Vyhodnocení

Pohybová síla F_H je vždy zlomkem tíhové síly G .

Tento zlomek odpovídá strmosti $\frac{h}{l}$.

Pohybová síla F_H se vypočítá z hmotnosti tělesa

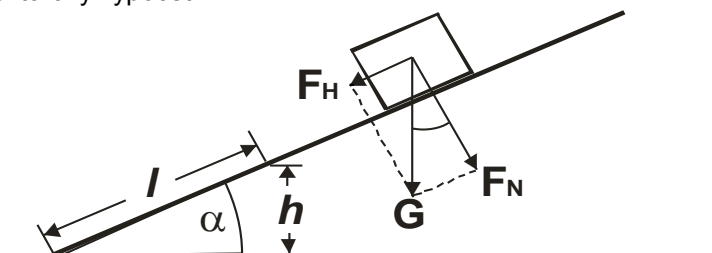
(tíhové síly) a strmosti: $F_H = G \cdot \frac{h}{l}$

Pohybová síla a normálové síla jako funkce úhlu sklonu

Vektorový výpočet

Definice:

Tíhová síla	G
Pohybová síla	F_H
Normálová síla	F_N
Úhel sklonu	α
Dráha	l
Výška	h



Vysvětlení

Porovnání naměřených a vypočítaných hodnot:

Protože pohybová síla F_H působí paralelně a normálová síla F_N kolmo k ploše nakloněné v úhlu α , platí:

$$F_H = G \cdot \sin \alpha \text{ a } F_N = G \cdot \cos \alpha$$

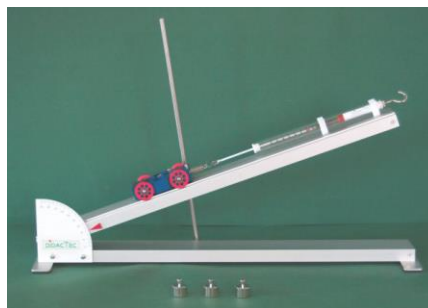
Ověření pokusem:

Měření sil F_H a F_N při různých úhlech sklonu α pomocí dynamometrů.

F_N měřte co nejvíce kolmo k nakloněné rovině. Vozík přitom nadzvedněte, tak, aby se zlehka dotýkal plochy.

Příprava pokusu

Pokus připravte podle fotografie.



Tabulka

$\frac{l}{cm}$	$\frac{F_H}{N}$	$\frac{F_N}{N}$

Matematické ověření:

$$\sin \alpha = \frac{h}{l} \text{ a } \cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{h}{l}\right)^2}$$

Pro pohybovou sílu F_H platí:

$$F_H = G \cdot \frac{h}{l} \quad (\sin \alpha \text{ je nahrazen } \frac{h}{l})$$

Pro normálovou sílu F_N platí:

$$F_N = G \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{h}{l}\right)^2} \quad (\cos \alpha \text{ je nahrazen } \sqrt{1 - \left(\frac{h}{l}\right)^2})$$

Porovnání naměřených a vypočítaných hodnot

Tabulka Pohybová síla F_H

$\frac{s}{cm}$	$\frac{F_H \text{ naměřené}}{N}$	$\frac{F_H \text{ vypočítané}}{N}$
	(Pokus 1)	(Pokus 2)

Tabulka Normálová síla F_N

$\frac{s}{cm}$	$\frac{F_N \text{ naměřené}}{N}$	$\frac{F_H \text{ vypočítané}}{N}$
	(Pokus 1)	(Pokus 2)

Výsledek

Pro normálovou sílu F_N vychází systematická odchylka mezi naměřenými a vypočítanými hodnotami.

Tato odchylka vzniká tím, že vozík je při měření síly ještě částečně podepírán.

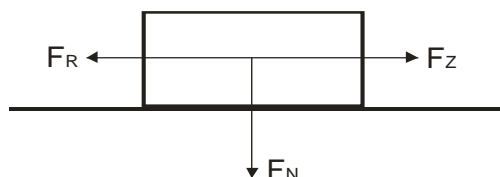
CONATEX – DIDACTIC UČEBNÍ POMŮCKY s.r.o. – Velvarská 31 – 160 00 Praha 6
Tel.: 224 310 671 – Tel./Fax: 224 310 676
Email: conatex@conatex.cz – http: www.conatex.cz

Adhesní, smykové a valivé tření

Jak vzniká tření?

Definice:

Normálová síla F_N
Třecí síla F_R
Tažná síla F_Z



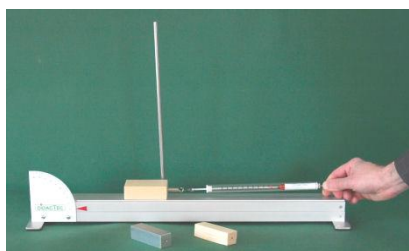
Vysvětlení

Povrchy těles nejsou nikdy zcela hladké. Jsou na nich malé nerovnosti, které při poloze dvou těles na sobě do sebe navzájem zapadají (drsnot povrchu).

Aby tělesa po sobě mohla navzájem klouzat, je třeba vynaložit sílu. Tato síla musí být právě tak velká, jako třecí síla.

Příprava pokusu

Pokus připravte podle fotografie.



Provedení pokusu

Do malého dřevěného špalíčku zasadíte háček. Pomocí dynamometru nastaveného do bodu nula nejdříve změřte normálovou sílu F_N (hmotnost) špalíčku a výsledek poznamenejte do tabulky. Poté uspořádejte dynamometr a špalíček, tak jak je vidět na fotografii. Změřte sílu, při které se špalíček začne pohybovat. To je **síla adhezního tření**.

Nyní táhněte špalíček dynamometrem při různých rychlostech po vodorovné ploše. Síla, která se přitom zobrazuje na dynamometru, je **síla smykového tření**. Adhezní a smykové tření zaznamenejte do tabulky.

Nyní pokus zopakujte s větším dřevěným špalíčkem a poté s hliníkovým špalíčkem a naměřené hodnoty rovněž zanepte do tabulky. Přitom se pokaždé zvýší normálová síla F_N , resp. síla, kterou jsou k sobě tlačeny po sobě klouzající plochy.

Tabulka

Materiál	Hmotnost materiálu / Newton	Síla adhezního tření / Newton	Síla smykového tření / Newton
Dřevěné těleso, malé			
Dřevěné těleso, velké			
Hliníkové těleso			

Výsledek

Síla adhezního tření je větší než síla smykového tření.

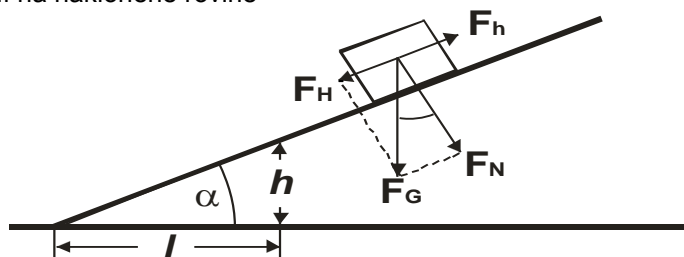
Pro překonání adhezního tření F_R musí být tažná síla F_Z minimálně stejně velká, tedy $F_R = F_Z$.

Jak je vidět v tabulce, při vyšší hmotnosti je třeba překonat i větší třecí sílu. Třecí síla je součástí normálové síly.

Adhezní, smykové a valivé tření
Adhezní tření na nakloněné rovině

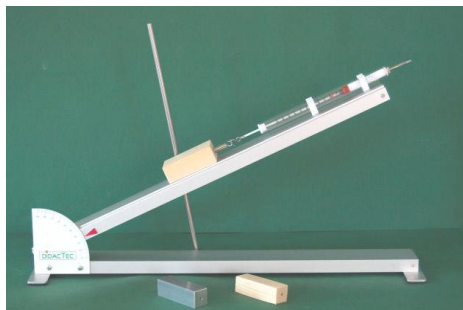
Definice:

Tíhová síla	F_G
Pohybová síla	F_H
Normálová síla	F_N
Adhezní tření	F_h
Úhel sklonu	α
Dráha	l
Výška	h
Statický součinitel tření	μ
Plocha v cm ²	A



Vysvětlení

Stanovení statického součinitele tření μ z rovnováhy mezi pohybovou silou F_H a adhezním třením F_h .



Na těleso o hmotnosti F_G působí paralelně k nakloněné rovině pohybová síla F_H . $F_H = F_G \cdot \sin \alpha$.

A kolmo k nakloněné rovině působí normálová síla F_N . $F_N = F_G \cdot \cos \alpha$

Tato závislost na úhlu sklonu α se může použít ke stanovení statického součinitele tření μ tělesa. Přitom se strmost roviny, na které se těleso nachází, zvyšuje tak dlouho, dokud těleso neztratí svou přilnavost a nezačne klouzat. Adhezní tření F_h je pak v rovnováze právě s pohybovou silou F_H .

Matematicky pak platí: $\tan \alpha = \frac{h}{l}$

Při proporcionálním porovnání statického součinitele tření s normálovou silou F_N , vyjde: $F_h = \mu \cdot F_N$

Z rovnováhy sil $F_H = F_h$ vyjde $F_H = \mu \cdot F_N$ nebo $\mu = \frac{h}{l}$

Tabulka

Těleso	$\frac{\text{plocha}}{\text{cm}^2}$	$\frac{l}{\text{cm}}$	$\frac{\mu}{\text{vypočítané}}$
Dřevo, malé			
Dřevo, velké			
Hliník			

Výsledek

Jak je vidět v tabulce, statický součinitel tření μ závisí na materiálu dosedací plochy, ale ne na její velikosti.

Adhezní, smykové a valivé tření
Rozlišení

U tření pevných těles se rozlišuje mezi adhezním, smykovým a valivým třením.

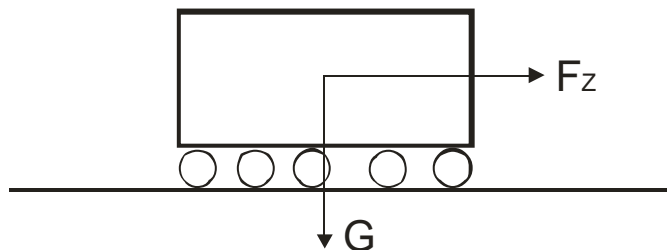
Adhezní tření je síla, která je minimálně nutná pro uvedení tělesa z klidu do pohybu.

Obdobně **smykové tření** je síla, která je zapotřebí pro udržení rovnoměrného pohybu tělesa.

Valivým třením se udržuje rovnoměrný pohyb tělesa, které se odvaluje po jiném.

Rozdíl mezi smykovým a valivým třením**Pokus**

Abychom dokázali rozlišit mezi smykovým a valivým třením, položíme např. hliníkový špalíček na několik tyčí s kruhovým průřezem (dřevěných tyčí), navzájem paralelně uspořádaných, a změříme sílu, při které se špalíček rovnoměrně pohybuje.

**Výsledek**

Vzniklé valivé tření je velmi malé.

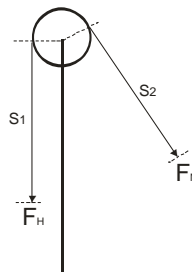
Síla smykového tření je větší než síla valivého tření.

V technických oborech se snažíme třecí síly omezit mazáním nebo pomocí kuličkových ložisek. U kuličkových ložisek se valivé tření snižuje pomocí tvrzení ploch.

Síly a dráhy u pevné kladky
Souvislost mezi zatížením a silou u pevné kladky

Definice:

- F_H Zatížení
- F_N Síla
- s_1 Dráha břemene
- s_2 Dráha síly

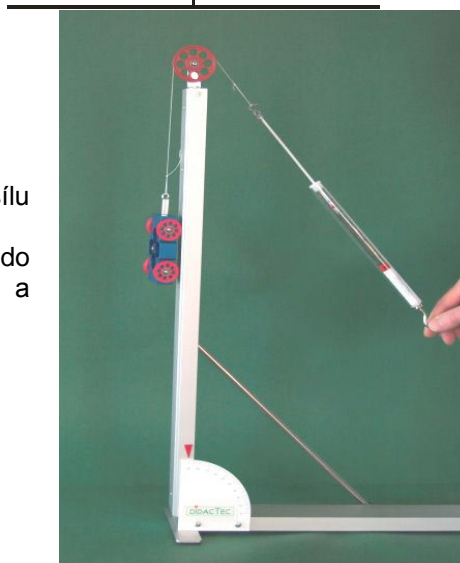


Příprava pokusu

Pokus připravte podle fotografie.

Provedení pokusu

Pomocí dynamometru změřte postupně tíhovou sílu při zvyšování hmotnosti břemene. Dodávaná závaží přitom postupně vkládejte do vozíku, měřte příslušnou hmotnost a zaznamenávejte ji do tabulky.



Tabulka

Last $\frac{F_H}{N}$	Kraft $\frac{F_N}{N}$

Výsledek

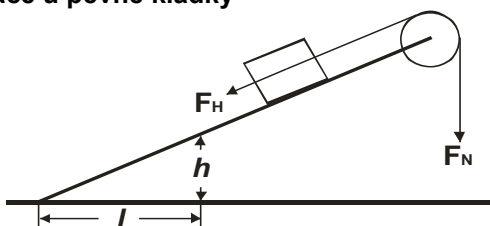
Lano vedoucí přes kladku přenáší síly. Naměřené hodnoty jsou přímo úměrné, protože kladka díky uložení na kuličkových ložiscích nezpůsobuje prakticky žádné tření.

U pevné kladky jsou zatížení a síla stejně velké: $F_H = F_N$.
Mění se ale směr síly.

Kladka udržuje při zvyšování hmotnosti vozíku délku lana na obou dvou stranách neustále v rovnováze, tzn. stejně dlouhé. Proto se dráha břemene rovná dráze síly: $s_1 = s_2$

CONATEX – DIDACTIC UČEBNÍ POMŮCKY s.r.o. – Velvarská 31 – 160 00 Praha 6
Tel.: 224 310 671 – Tel./Fax: 224 310 676
Email: conatex@conatex.cz – http: www.conatex.cz

Práce u pevné kladky



Definice

- F_N Tažná síla
- F_H Pohybová síla
- G Hmotnost vozíku
- $\frac{h}{l}$ Strmost
- W Práce

Výpočet mechanické práce při zvedání kolmo vzhůru z pokusu 3.1

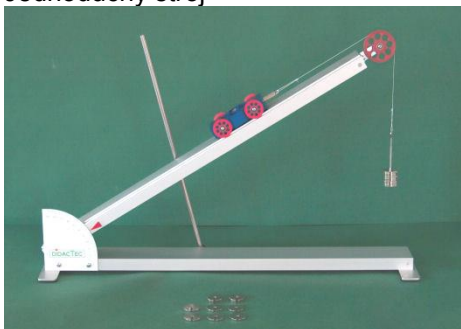
$W = \text{síla} \times \text{dráha}$

$W = F_H \cdot s_1 = F_N \cdot s_2$

$W = \frac{N}{m}$ při 90°, tedy při zvedání kolmo vzhůru

Výpočet mechanické práce na nakloněné rovině

Jednoduchý stroj



Provedení pokusu

Vytvořte rovnováhu mezi zatížením a silou při různých úhlech nakloněné roviny. Naměřené hodnoty zanepte do tabulky.

Tabulka

$\frac{G}{N}$	$\frac{\text{Síla}}{N}$ při 45°	$\frac{\text{Síla}}{N}$ při 30°

Výsledek

Jak je vidět v tabulce, vynaložená síla je tím menší, čím menší je stoupání u nakloněné roviny.

Porovnání práce při zvedání kolmo vzhůru s prací na nakloněné rovině

Porovnáte-li nyní práci při **zvedání kolmo vzhůru** s prací na **nakloněné rovině**, dostanete následující výsledek:

Práce = síla · dráha

$$F_H = F_N \cdot \frac{h}{l}$$

$$W = F \cdot s \text{ tedy } F_H \cdot l = \frac{N}{m}$$

Na nakloněné rovině $W = \frac{N}{m}$

Při zvedání kolmo vzhůru $W = \frac{N}{m}$

Práce, která musí být vynaložena ke zvednutí břemene do stejné výšky, je u nakloněné roviny stejně velká, jako u zvedání kolmo vzhůru.

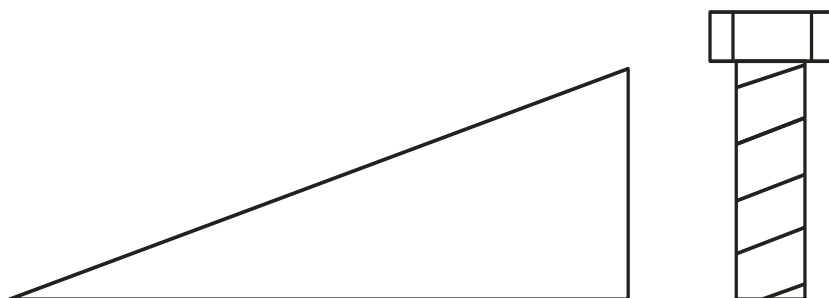
Pokud chcete břemeno na nakloněné rovině dopravit do stejné výšky jako při zvedání kolmo vzhůru, musíte sice vynaložit menší sílu, ale urazit o to delší dráhu (stoupání).

Pomocí nakloněné roviny je možné snížit sílu při současném prodloužení dráhy, ne však práci. Vykonaná práce zůstává stejná.

Model šroubu

Závit šroubu je technicky shodný s navinutou nakloněnou rovinou. Vedení šroubu představuje vinutí této nakloněné roviny. Zřetelně je to vidět na nákresu.

Přitom stoupání nakloněné roviny odpovídá stoupání závitu.



Čím menší stoupání závitu je, tím menší je stoupání nakloněné roviny a tím menší je i síla potřebná k našroubování, popř. vyšroubování šroubu.

Při dotahování šroubu se závit šroubu zaklíní ve vnitřním závitu, přičemž i u mírně lehce dotaženého šroubu vznikají velké síly.

Kromě toho působí třecí síly mezi závitem šroubu a vnitřním závitem. Proto je šroubový spoj tak pevný